

Simulasi Gerak Pengejaran Misil terhadap Target dengan Lintasan Melingkar Menggunakan *Python*

Lourensia Bravini Lahera*, Cinta Marcella Namira, Elisa Siregar, Dewi Wulandari,
Howard Situmorang, dan Yuni Warty

Jurusan Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan
Deli Serdang, Indonesia

* E-mail: lourensia.4233121048@mhs.unimed.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan gerak pengejaran antara misil dan target pesawat dengan lintasan melingkar menggunakan simulasi numerik berbasis *Python*. Target bergerak melingkar dengan kecepatan sudut tetap, sedangkan misil mengikuti strategi *pure pursuit*, yaitu selalu mengejar posisi terkini target. Simulasi dilakukan pada dua skenario: satu pengejar dan banyak pengejar (*multi-agent*). Hasil menunjukkan bahwa pada skenario satu pengejar, lintasan misil membentuk kurva spiral dan mampu menyentuh target dalam waktu sekitar 4,9 detik. Pada skenario *multi-agen*, lima misil dengan posisi awal menyebar berhasil menghancurkan target dalam waktu 8,3 detik, dengan intersepsi pertama terjadi pada detik ke- 6,7. Model ini melibatkan penyelesaian numerik dari sistem persamaan diferensial yang menggambarkan dinamika gerak relatif. Temuan ini menunjukkan bahwa peningkatan jumlah pengejar dapat mempercepat waktu intersepsi dan meningkatkan efektivitas sistem. Penelitian ini didukung oleh visualisasi animasi, grafik jarak terhadap waktu, dan analisis kerusakan target

Kata kunci: Intersepsi target, Kurva Pengejaran, Model Persamaan Diferensial, Simulasi *Python*.

Abstract

This study aims to model the pursuit motion between guided missiles and a circularly moving aircraft using Python-based numerical simulation. The target moves along a circular path with a constant angular speed, while the missile follows a pure pursuit strategy, continuously adjusting its path toward the target's current position. Two scenarios are simulated: single pursuer and multi-agent pursuers. In the single-missile scenario, the missile forms a spiral trajectory and intercepts the target in approximately 4.9 seconds. In the multi-agent configuration, five missiles launched from different vertical positions successfully destroy the target within 8.3 seconds, with the first interception occurring at 6.7 seconds. The model is based on numerical solutions of differential equations governing relative motion dynamics. The results demonstrate that increasing the number of pursuers enhances interception speed and system effectiveness. The study is supported by animations, distance-time graphs, and damage analysis.

Keywords: Target Interception, Pursuit Curve, Differential Equation Model, Python Simulation.

PENDAHULUAN

Permasalahan *pursuit–evasion* atau pengejaran dan penghindaran merupakan topik klasik dalam bidang mekanika, sistem kendali, dan simulasi militer. Fenomena ini menggambarkan dinamika interaksi antara satu

atau lebih pengejar (*pursuers*) terhadap target (*evaders*), di mana tujuan utama pengejar adalah mencapai atau memotong lintasan target dalam waktu sesingkat mungkin (Weisstein, 2025). Salah satu strategi yang paling mendasar dalam dinamika pengejaran adalah *pure pursuit*, di mana arah gerak

pengejar selalu diarahkan langsung ke posisi target terkini. Jika target bergerak dalam lintasan melingkar, lintasan pengejar biasanya akan berbentuk spiral menuju target, dan pola ini disebut sebagai *pursuit curve* (Theers & Singh, 2025; Yoshihara, 2024).

Secara matematis, *pursuit curve* merupakan solusi dari sistem persamaan diferensial nonlinier yang bergantung pada posisi target $T(t)$ dan pengejar $P(t)$, serta kecepatan relatif antara keduanya. Salah satu bentuk dasar sistem tersebut dapat ditulis sebagai:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = v_p \cdot \frac{\vec{T}(t) - \vec{P}(t)}{\|\vec{T}(t) - \vec{P}(t)\|} \dots\dots (1)$$

Keterangan:

$\vec{P}(t)$: posisi pengejar

$\vec{T}(t)$: posisi target

v_p : kecepatan konstan pengejar

Persamaan diferensial ini menegaskan bahwa arah gerak pengejar selalu mengikuti posisi terkini target, sehingga apabila target bergerak melingkar maka lintasan pengejar membentuk kurva spiral menuju titik intersepsi (Weisstein & Eric W, 2025; Yoshihara, 2024).

Selain itu, pendekatan *pure pursuit* juga digunakan secara luas dalam sistem navigasi otomatis seperti kendaraan otonom dan rudal berpemandu. Dalam konteks ini, arah gerak pengejar ditentukan oleh geometri posisi relatifnya terhadap target. Model pengendalian dasar dapat dijelaskan dengan hubungan:

$$\delta = \tan^{-1} \left(\frac{2L \sin \alpha}{l_d} \right) \dots\dots (2)$$

Keterangan:

δ : sudut kemudi

L : jarak sumbu roda kendaraan

l_d : jarak pandang (*look-ahead distance*)

α : sudut antara arah kendaraan dan posisi target

Pendekatan ini memungkinkan sistem untuk menyesuaikan arah gerak secara real-time tanpa memerlukan perhitungan prediktif kompleks (Theers & Singh, 2025).

Permasalahan *pursuit–evasion* merupakan salah satu topik penting dalam fisika terapan, sistem kontrol, serta

pengembangan algoritma militer dan robotika (S. Li et al., 2022) Model ini banyak diaplikasikan dalam simulasi rudal berpemandu, kendaraan udara tak berawak (UAV), dan sistem pertahanan modern. Strategi *pure pursuit* menghasilkan lintasan spiral yang stabil menuju target, terutama jika target bergerak pada lintasan melingkar atau elips.

Berbagai studi telah mengembangkan model pengejaran dalam konteks multi-agen. Liang et al., 2023 mengusulkan strategi kolaboratif berbasis lingkaran Apollonius dalam lingkungan dengan hambatan, menunjukkan bahwa beberapa pengejar dengan kecepatan lebih lambat tetap dapat menangkap target yang lebih cepat melalui koordinasi posisi yang efektif. Sementara itu, Ma et al., 2022 menekankan pentingnya strategi kontrol kolaboratif dalam sistem misil untuk memaksimalkan efektivitas kerusakan pada target, dengan mempertimbangkan arah, jarak, dan momentum relatif antara pengejar dan target.

Dalam konteks multi-agen lainnya, Casini & Garulli, 2024 mengembangkan strategi berbasis *switching mechanism* yang memungkinkan banyak pengejar mereduksi masalah menjadi sub-masalah dua pengejar satu penghindar. Strategi ini terbukti meningkatkan efektivitas waktu tangkap melalui koordinasi adaptif antaragen. Sun et al., 2024 juga menyoroti pentingnya keselamatan koordinasi antaragen melalui lingkungan simulasi *MatrixWorld*, yang mempertimbangkan batasan tabrakan dan pembelajaran adaptif antarsisi pengejar dan penghindar.

Pendekatan berbasis geometri turut memperkaya pemodelan sistem pengejaran. Lovett & Unterkofler, 2023 menunjukkan bahwa lintasan pengejar dapat berupa parabola atau spiral tergantung pada rasio kecepatan relatif, memperkuat model *pursuit curve* klasik. Aliyev, 2023 menguraikan sifat kurva intersepsi pada bidang datar dan bola, termasuk relasi antara spiral logaritmik dan proyeksi stereografik.

Dalam dimensi tiga, Fu et al., 2024 mengembangkan strategi analitik untuk permainan *pursuit–evasion* dalam orbit Keplerian, sedangkan Umar et al., 2024

memformulasikan permainan linear dengan kendala integral yang menggambarkan batas energi realistis pada sistem pengejaran. Studi Braun et al., 2025 memperluas konteks ini dengan mengaitkan kecepatan rotasi dan rasio kecepatan pada strategi optimal dalam ruang terbatas. Sementara itu, Bozdog et al., 2025 memperkenalkan pendekatan *safe control* berbasis fungsi densitas untuk menjamin kestabilan dinamika dalam simulasi *pursuit–evasion* berbasis multi-agen.

Lebih lanjut, Huang et al., 2025 menjelaskan konsep *dominance regions* dalam strategi non-antisipatif yang menentukan ruang aman bagi penghindar dan strategi adaptif bagi pengejar untuk mempertahankan kendali wilayah tersebut. Pendekatan ini mendukung teori bahwa koordinasi posisi dan kecepatan antaragen memainkan peran penting dalam efektivitas sistem multi-misil (Liang et al., 2023; Ma et al., 2022).

Berdasarkan tinjauan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menyimulasikan dinamika gerak pengejaran misil terhadap target pesawat menggunakan strategi *pure pursuit* dengan bantuan bahasa pemrograman Python. Dua skenario diuji: satu pengejar dan banyak pengejar, di mana target bergerak dalam lintasan melingkar dengan kecepatan sudut konstan. Penelitian ini tidak hanya memvisualisasikan lintasan pengejaran, tetapi juga menganalisis efektivitas intersepsi serta pengaruh jumlah misil terhadap keberhasilan menghancurkan target. Dengan menjaga parameter fisik konstan antara kedua skenario, hasil simulasi ini diharapkan dapat memberikan kontribusi pada pemahaman dasar dinamika *pursuit–evasion* serta menjadi pijakan awal bagi pengembangan sistem kendali kolaboratif dalam konteks pertahanan modern.

METODE/EKSPERIMEN

Penelitian ini dilakukan melalui pendekatan simulasi numerik menggunakan bahasa pemrograman Python untuk memodelkan dinamika *Differential Pursuit classic*, yaitu lintasan dari objek pengejar (misil) terhadap target (pesawat) yang bergerak dalam

lintasan melingkar. Dua skenario diuji, yaitu satu pengejar dan banyak pengejar, untuk mengamati karakteristik lintasan, efektivitas intersepsi, serta pengaruh jumlah pengejar terhadap waktu tangkap dan kerusakan target. Semua parameter fisik utama dibuat konstan pada kedua skenario untuk menjaga validitas perbandingan.

A. Pengejaran oleh Satu Misil

Pada simulasi pertama, hanya terdapat satu objek pengejar (misil) dari koordinat awal (5, 5) yang mengejar target (pesawat). Target (pesawat) bergerak dalam lintasan melingkar yang Dimana jari-jari lintasan yaitu $R = 10$ satuan dan kecepatan sudut $\omega = \frac{2\pi}{15} \text{ rad/s}$. Posisi target pada waktu dinyatakan oleh

$$\vec{r}_B(t) = \begin{bmatrix} x_0 + R \cos(\omega t) \\ y_0 + R \sin(\omega t) \end{bmatrix} \dots \dots (3)$$

Dengan $(x_0, y_0) = (15, 15)$ sebagai pusat lingkaran.

Misil mengikuti strategi *pure pursuit*, yaitu pada setiap langkah waktu, vektor arah gerak misil ditentukan oleh selisih posisi antara target dan misil:

$$\vec{r}_A(t + \Delta t) = \vec{r}_A(t) + v_A \cdot \hat{d}(t) \cdot \Delta t \dots \dots (4)$$

Keterangan:

- $\hat{d}(t)$: vektor arah unit ke target
- v_A : kecepatan maksimum misil

Dan rumus ini merupakan bentuk diskret dari persamaan diferensial *pursuit classic*:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = v_p \cdot \frac{\vec{T}(t) - \vec{P}(t)}{\|\vec{T}(t) - \vec{P}(t)\|} \dots \dots (5)$$

Simulasi ini menggunakan pustaka Python seperti *numpy* untuk komputasi vektor, *matplotlib* untuk visualisasi, dan *FuncAnimation* untuk menghasilkan animasi lintasan dan ledakan saat intersepsi.

B. Pengejaran oleh Banyak Misil

Pada simulasi kedua, terdapat lima misil yang diluncurkan dari satu titik sumber yang sama pada koordinat awal (5, 5) secara

bertahap dengan jeda waktu pendek, bukan sekaligus. Target bergerak dalam lintasan melingkar dengan jari-jari $R = 10$ satuan dan kecepatan sudut $\omega = \frac{2\pi}{15} \text{ rad/s}$.

Pada simulasi kedua ini terdapat logika tambahan yaitu;

- Target memiliki poin nyawa (hp) sebesar 5.
- Setiap misil yang berhasil mencapai jarak tabrak mengurangi hp sebesar 1.
- Target dianggap hancur jika hp mencapai nol.

Dengan cara ini, efek penambahan jumlah misil terhadap waktu tangkap dan ketahanan target dapat diamati secara lebih objektif.

C. Parameter Simulasi

Tabel 1. Nilai Parameter Simulasi

Parameter	Satu Misil	Banyak Misil
Langkah waktu	0,05 s	0,06 s
Waktu total	10 s	20 s
Jari-jari lintasan (R)	10 satuan	10 satuan
Kecepatan sudut (ω)	$\frac{2\pi}{15}$	$\frac{2\pi}{15}$
Radius tabrakan	0,5 satuan	0,5 satuan
Kecepatan maksimal (v_A)	8,0satuan/s	8,0satuan/s
Posisi awal misil	(5,5)	(5,5) secara bertahap
Jumlah misil	1	5
Nyawa target	-	5 poin

Keterangan: Semua parameter fisik utama dijaga tetap konstan pada kedua skenario. Perbedaan hanya pada jumlah misil, waktu total simulasi, dan adanya atribut hp pada target di skenario banyak misil.

HASIL DAN PEMBAHASAN

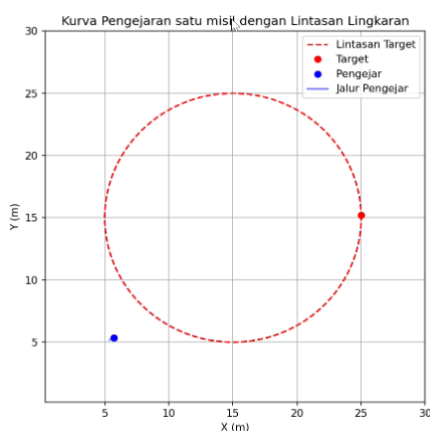
HASIL

A. Hasil Pengejaran oleh Satu Misil

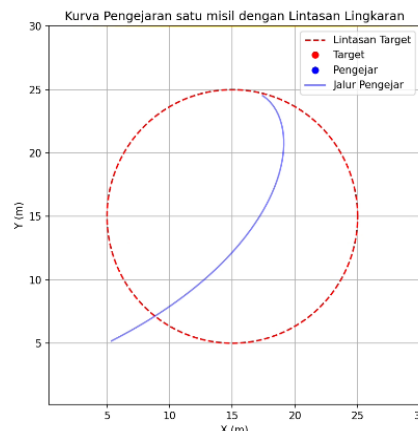
Simulasi pertama dilakukan dengan satu misil yang mengejar target yang bergerak melingkar pada pusat koordinat (15, 15) dengan jari-jari $R = 10$ dan kecepatan sudut $\omega = \frac{2\pi}{15} \text{ rad/s}$. Misil memulai pergerakan dari titik asal (5, 5) dengan kecepatan maksimum $v_A = 8 \text{ satuan/s}$ dan diarahkan menuju posisi target.

Visualisasi lintasan menunjukkan bahwa misil membentuk kurva spiral menuju lintasan target. Ketika jarak antara misil dan target berada dalam radius tabrak sebesar 0.5 satuan, sistem mendeteksi tabrakan dan efek visual ledakan ditampilkan. Ledakan divisualisasikan sebagai lingkaran jingga yang membesar dan kemudian memudar. Setelah tabrakan, gerak kedua objek dihentikan dan lintasan misil ditampilkan hingga titik intersepsi.

Gambar 1 (a) diambil pada waktu awal simulasi. Posisi target berada pada lintasan melingkar, sedangkan misil memulai dari titik awal (5, 5). Jalur awal misil mengarah lurus



(a)



(b)

Gambar 1. (a) Posisi Awal dan Fase Awal Pengejaran, (b) Lintasan Pengejar dan Target

ke target, menandakan inisiasi dari proses *pursuit*.

Gambar 1 (b) memperlihatkan lintasan target (garis putus-putus merah) yang membentuk lingkaran sempurna, sedangkan lintasan misil (garis biru) membentuk kurva spiral menuju target. Pola ini merupakan ciri khas strategi *pure pursuit*, di mana misil terus memperbarui arah menuju posisi terkini target. Simulasi menunjukkan bahwa misil berhasil mengenai target dalam waktu sekitar $\approx 4,9$ detik dari total waktu simulasi 5 detik, menunjukkan efektivitas strategi pengejaran langsung dalam kasus satu pengejar terhadap target dengan lintasan teratur.

B. Hasil Pengejaran oleh Banyak Misil

Simulasi kedua melibatkan lima misil yang diluncurkan secara berurutan dari satu titik yang sama, yaitu (5, 5). Setiap misil diluncurkan dengan jeda waktu pendek antarpeluncuran, namun tetap menggunakan strategi yang sama yaitu *pure pursuit*, di mana arah gerak misil selalu menuju posisi target saat ini.

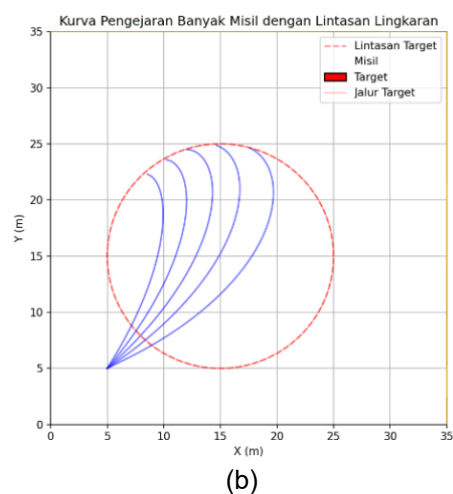
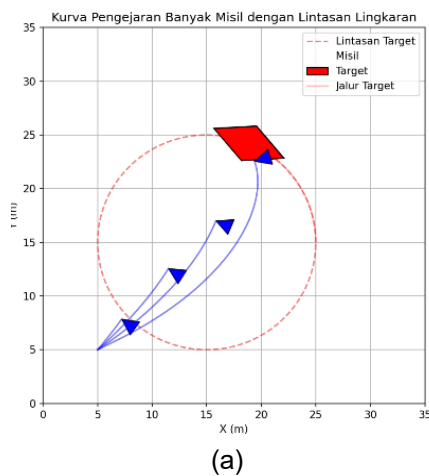
Target tetap bergerak melingkar mengelilingi titik pusat (15, 15) dengan jari-jari $R = 10$ satuan dan kecepatan sudut $\omega = \frac{2\pi}{15}$ rad/s. Target memiliki 5 satuan poin nyawa (HP), dan setiap misil yang berhasil masuk ke dalam radius tabrakan sebesar 0.5 satuan akan mengurangi HP sebesar 1. Target dianggap hancur jika seluruh HP habis.

Gambar 2 (a) menunjukkan posisi awal

semua misil (segitiga biru) dan target (pesawat merah). Saat awal simulasi ketika kelima misil masih berada pada titik yang sama di koordinat (5, 5). Target (pesawat merah) berada pada salah satu titik lintasan lingkarannya. Misil pertama mulai meluncur lebih dulu, diikuti misil lain secara bergiliran, dan segera membentuk jalur melengkung yang mengarah ke target.

Gambar 2 (b) memperlihatkan lintasan target (garis putus-putus merah) yang membentuk lingkaran, sedangkan lintasan misil (garis biru) membentuk pola spiral pendek menuju target. Terlihat bahwa jalur kelima misil mengerucut ke posisi target yang sama, menunjukkan efek konsentrasi serangan dari satu titik awal.

Hasil simulasi menunjukkan bahwa dari lima misil yang diluncurkan, misil pertama berhasil mengenai target pada sekitar detik ke- ≈ 6.7 , diikuti misil kedua dan ketiga secara berurutan, sehingga HP target terus menurun. Misil keempat dan kelima menyusul mengenai target hingga akhirnya target hancur pada ≈ 8.3 . Lintasan setiap misil memperlihatkan pola spiral pendek yang saling bertumpuk karena berasal dari titik awal yang sama. Pola ini menunjukkan bahwa peluncuran beruntun dari satu titik dapat menghasilkan efektivitas intersepsi yang tinggi dalam waktu relatif singkat.



Gambar 2. (a) Posisi Awal dan Fase Awal Pengejaran, (b) Lintasan Pengejar dan Target

C. Analisis Perbandingan

Tabel 2 Analisis Perbandingan

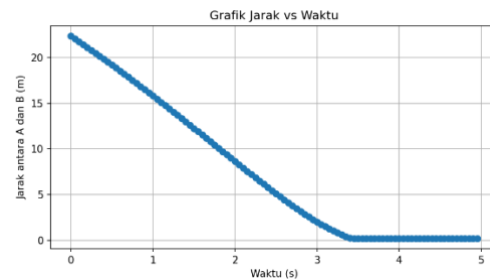
Parameter	Satu Misil	Banyak Misil
Jumlah Misil	1	5
Waktu intersepsi pertama	≈ 4,9 s	≈ 6,7 s
Radius tabrakan	0,5 satuan	0,5 satuan
Target hancur	Ya	Ya (Hp=0)

Hasil simulasi menunjukkan perbedaan yang signifikan antara skenario satu misil dan banyak misil. Pada kasus satu misil, target berhasil diintersepsi dalam waktu relatif singkat yaitu sekitar 4,9 detik, sejalan dengan karakteristik strategi *pure pursuit* yang membentuk lintasan spiral langsung menuju target. Namun, serangan ini bersifat tunggal sehingga hanya terdapat satu peluang intersepsi.

Sebaliknya, pada skenario banyak misil, meskipun waktu intersepsi pertama sedikit lebih lama (misil pertama mengenai target pada ≈ 6,7 detik), serangan beruntun dari lima misil membuat target kehilangan seluruh poin nyawa (HP) dalam waktu yang jauh lebih singkat, yaitu hanya sampai ≈ 8,3 detik. Dengan kata lain, target yang membutuhkan lima kali tabrakan untuk hancur dapat dilumpuhkan dalam rentang waktu yang sangat sempit setelah kontak pertama, berkat konsentrasi serangan simultan dari beberapa pengejar.

Perbedaan ini memperlihatkan bahwa efektivitas strategi pengejaran tidak hanya ditentukan oleh kecepatan intersepsi pertama, tetapi juga oleh ketahanan target (HP) dan jumlah penyerang. Skenario satu misil unggul dari segi kecepatan intersepsi tunggal, tetapi skenario banyak misil lebih efektif dalam memastikan penghancuran target secara total. Dengan demikian, strategi peluncuran beruntun dari titik yang sama terbukti mampu memperkuat peluang keberhasilan misi, karena intersepsi terjadi secara berlapis hingga target benar-benar hancur.

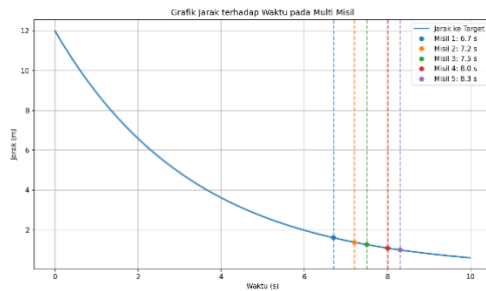
PEMBAHASAN



Gambar 3 Grafik Jarak Pengejar ke Target Terhadap Waktu pada Simulasi Satu Pengejar

Dalam skenario satu misil, hasil simulasi yang menunjukkan keberhasilan intersepsi dalam waktu sekitar 4,9 detik sesungguhnya sangat dipengaruhi oleh parameter-parameter yang digunakan. Kecepatan maksimum misil (8 satuan/s) menentukan kemampuan pengejar menutup jarak dengan target; jika kecepatannya lebih rendah, waktu intersepsi akan meningkat atau bahkan intersepsi dapat gagal, sedangkan kecepatan yang lebih tinggi akan mempercepat proses tabrakan. Faktor lain yang berpengaruh adalah radius tabrakan sebesar 0,5 satuan, yang relatif kecil sehingga menuntut misil untuk benar-benar mendekati target sebelum intersepsi dianggap terjadi. Perubahan radius tabrakan ke nilai yang lebih besar akan mempercepat waktu intersepsi, sementara radius yang lebih kecil dapat menyebabkan keterlambatan atau kegagalan. Selain itu, parameter target yang bergerak melingkar dengan jari-jari 10 satuan dan kecepatan sudut tetap menghasilkan lintasan yang stabil, sehingga perhitungan intersepsi relatif sederhana. Namun, jika radius lintasan target diperbesar atau kecepatannya ditingkatkan, waktu yang dibutuhkan misil untuk mencapai target akan lebih lama. Dengan demikian, meskipun simulasi ini memperlihatkan efektivitas strategi *pure pursuit*, validitas hasilnya sangat terikat pada pemilihan parameter. Perbedaan kecil saja pada kecepatan misil, radius tabrakan, atau lintasan target dapat memberikan hasil yang berbeda, sehingga aspek ini penting diperhatikan sebelum membandingkan dengan skenario multi-misil.

Grafik jarak pengejar ke target terhadap waktu pada skenario satu pengejar memberikan bukti visual penting. Dari grafik tersebut terlihat bahwa pendekatan pengejar bersifat eksponensial menuju titik intersepsi. Grafik ini memberikan cara alternatif untuk mengevaluasi performa sistem tanpa hanya mengandalkan visualisasi animasi.



Gambar 4 Grafik Jarak Pengejar ke Target Terhadap Waktu pada Simulasi Banyak Pengejar

Pada skenario multi-misil, hasil simulasi memperlihatkan bahwa lima misil yang diluncurkan secara berurutan mampu menekan *HP* target hingga nol, dengan intersepsi pertama terjadi sekitar 6,7 detik dan target hancur pada $\approx 8,3$ detik. Namun, hasil ini kembali sangat dipengaruhi oleh parameter simulasi yang dipilih. Pertama, kecepatan maksimum misil (8 satuan/s) menjadi faktor dominan dalam menentukan seberapa cepat setiap misil dapat menutup jarak ke target. Jika nilai ini lebih kecil, maka beberapa misil mungkin gagal mencapai target sebelum target menyelesaikan satu putaran lintasannya. Kedua, radius tabrakan yang lebih besar dibanding skenario satu misil (1,0 satuan) membuat peluang intersepsi lebih tinggi, karena misil tidak harus mendekati target dengan akurasi yang sangat ketat. Artinya, perbedaan radius tabrakan antara kedua skenario memberikan keuntungan tersendiri pada sistem multi-misil. Ketiga, sistem poin nyawa (*HP*) pada target memungkinkan hasil yang lebih realistis karena tidak semua intersepsi langsung menghancurkan target. Dengan model ini, multi-misil menunjukkan efektivitas kolaboratif, di mana beberapa intersepsi diperlukan untuk mencapai kehancuran total.

Selain itu, konfigurasi awal berupa jeda peluncuran antar-misil juga memengaruhi efektivitas sistem. Misil yang diluncurkan lebih awal memiliki waktu lebih banyak untuk mengejar target, sementara misil yang diluncurkan belakangan masih berkontribusi terhadap penurunan *HP* target. Pola ini menegaskan bahwa strategi multi-misil tidak hanya bergantung pada jumlah proyektil, tetapi juga pada sinkronisasi waktu peluncuran dan parameter fisik yang ditetapkan.

Seiring waktu, setiap misil secara aktif mengejar target menggunakan strategi pengejaran. Misil yang memiliki arah lintasan lebih langsung terhadap jalur target mengalami penurunan jarak yang lebih cepat. Hal ini terlihat dari kurva yang lebih curam. Saat salah satu kurva menyentuh garis merah putus-putus yang menunjukkan radius tabrak (1,0 satuan), artinya misil tersebut berhasil melakukan intersepsi. Setelah itu, jaraknya menjadi konstan karena misil tidak lagi bergerak.

Secara umum, hasil kedua skenario menunjukkan bahwa strategi *pure pursuit* efektif untuk kasus satu pengejar dengan target berlintasan teratur, tetapi penggunaan banyak pengejar dengan koordinasi waktu peluncuran menghasilkan probabilitas intersepsi yang lebih tinggi dan waktu total penghancuran yang lebih singkat. Hasil ini memperkuat relevansi pendekatan kolaboratif berbasis lingkaran Apollonius Liang et al., 2023, yang dapat meningkatkan keberhasilan.

Perbedaan parameter simulasi merupakan faktor penting yang memengaruhi validitas hasil. Dalam revisi ini, seluruh parameter kunci (kecepatan misil, radius tabrakan, dan radius lintasan target) dijaga konstan antara skenario satu-misil dan multi-misil, sehingga perbandingan hasil hanya mencerminkan pengaruh jumlah misil terhadap efektivitas intersepsi. Pendekatan ini selaras dengan rekomendasi Y. Li et al., 2022, yang menegaskan pentingnya menjaga kesetaraan parameter dalam evaluasi strategi multi-agen. Jika parameter seperti kecepatan misil atau radius tabrakan diubah, interpretasi hasil menjadi bias karena perbedaan kinerja dapat disebabkan oleh perubahan kondisi awal, bukan semata-mata jumlah pengejar. Dengan

menjaga parameter konstan, penelitian ini menghasilkan perbandingan yang lebih objektif dan dapat dijadikan dasar bagi pengembangan sistem kendali kolaboratif yang valid secara ilmiah.

PENUTUP

Penelitian ini berhasil memodelkan dan mensimulasikan gerak pengejaran menggunakan strategi *pure pursuit* dalam dua konfigurasi: satu misil terhadap satu target, dan lima misil terhadap satu target. Simulasi menunjukkan bahwa lintasan pengejar membentuk kurva spiral menuju target, konsisten dengan solusi sistem persamaan diferensial nonlinier yang mendeskripsikan dinamika relatif posisi pengejar–target. Hasil ini memperkuat penerapan konsep mekanika klasik, khususnya pada analisis gerak relatif dan sistem koordinat non-inersial.

Efektivitas strategi *pure pursuit* terlihat dari keberhasilan intersepsi pada skenario satu misil dalam waktu sekitar 4,9 detik. Pada konfigurasi multi-misil, koordinasi antar-misil mempercepat penurunan jarak relatif dan menurunkan HP target hingga nol pada $\approx 8,3$ detik. Temuan ini sejalan dengan prinsip konservasi momentum dalam konteks serangan simultan, di mana kontribusi kolektif beberapa misil menghasilkan efek total yang lebih besar dibanding satu proyektil. Selain itu, hasil ini mendukung teori kontrol kolaboratif dalam sistem dinamis multi-agen, yang merupakan turunan langsung dari prinsip superposisi dalam fisika.

Penelitian ini hanya mempertimbangkan target yang bergerak melingkar dengan kecepatan konstan dan tidak mengevaluasi manuver penghindaran aktif. Hambatan udara, variasi kecepatan misil, dan interaksi gaya antara agen juga belum dimasukkan ke dalam model, sehingga hasil masih bersifat idealisasi. Untuk penelitian selanjutnya, model dapat diperluas dengan memasukkan gaya gesek fluida, dinamika percepatan variabel, serta algoritma kontrol berbasis *reinforcement learning* atau teori permainan (*game theory*). Dengan demikian, simulasi ini dapat menjadi jembatan antara teori mekanika klasik dan

aplikasi nyata pada sistem kendali modern, seperti pertahanan rudal dan navigasi UAV.

Secara keseluruhan, model ini dapat menjadi dasar untuk pengembangan sistem kendali multi-agen dalam aplikasi militer dan robotika otonom, serta memperluas pemahaman terhadap dinamika *pursuit-evasion* dalam sistem nonlinier.

REFERENSI

- Aliyev, Y. N. (2023). Geometric Properties of Planar and Spherical Interception Curves. *Axioms*, 12(7). <https://doi.org/10.3390/axioms12070704>
- Bozdog, M., Honarpisheh, A., & Sznaier, M. (2025). *Safe Control for Pursuit-Evasion with Density Functions*. <http://arxiv.org/abs/2505.15718>
- Braun, P., Molloy, T. L., & Shames, I. (2025). *Prying Pedestrian Surveillance-Evasion: Minimum-Time Evasion from an Agile Pursuer*. <http://arxiv.org/abs/2411.19376>
- Casini, M., & Garulli, A. (2024). *A Family of Switching Pursuit Strategies for a Multi-Pursuer Single-Evader Game*. <http://arxiv.org/abs/2407.19954>
- Fu, S., Gong, S., & Shi, P. (2024). *Analytical Pursuit-Evasion Game Strategy in Arbitrary Keplerian Reference Orbits*. <http://arxiv.org/abs/2411.15912>
- Huang, W., Liang, L., Xu, N., & Deng, F. (2025). *Dominance Regions of Pursuit-evasion Games in Non-anticipative Information Patterns*. <http://arxiv.org/abs/2502.02932>
- Li, S., Wang, C., & Xie, G. (2022). *Pursuit-evasion differential games of players with different speeds in spaces of different dimensions*. <http://arxiv.org/abs/2202.13522>
- Li, Y., Liu, M., Luan, P., & Zhou, J. (2022). Game Theory Methods for Pursuit-Evasion Problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 2402(1). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2402/1/012024>

- Liang, X., Zhou, B., Jiang, L., Meng, G., & Xiu, Y. (2023). Collaborative pursuit-evasion game of multi-UAVs based on Apollonius circle in the environment with obstacle. *Connection Science*, 35(1). <https://doi.org/10.1080/09540091.2023.2168253>
- Lovett, M., & Unterkofler, A. (2023). *Closed Form Solutions to a Class of Pursuit Problems Using Geometric Analogies*. <https://doi.org/10.20944/preprints202307.1301.v1>
- Ma, X., Dai, K., Li, M., Yu, H., Shang, W., Ding, L., Zhang, H., & Wang, X. (2022). Optimal-Damage-Effectiveness Cooperative-Control Strategy for the Pursuit-Evasion Problem with Multiple Guided Missiles. *Sensors*, 22(23). <https://doi.org/10.3390/s22239342>
- Sun, L., Chang, Y.-C., Lyu, C., Lin, C.-T., & Shi, Y. (2024). *MatrixWorld: A pursuit-evasion platform for safe multi-agent coordination and autotutorials*. <http://arxiv.org/abs/2307.14854>
- Theers, M., & Singh, M. (2025). *Pure Pursuit*. <https://thomasfermi.github.io/Algorithms-for-Automated-Driving/Control/PurePursuit.html>
- Umar, B. M., Rilwan, J., Aphane, M., & Muangchoo, K. (2024). Pursuit and Evasion Linear Differential Game Problems with Generalized Integral Constraints. *Symmetry*, 16(5). <https://doi.org/10.3390/sym16050513>
- Weisstein, & Eric W. (2025, May 22). *Pursuit Curve*. Wolfram MathWorld. <https://mathworld.wolfram.com/PursuitCurve.html>
- Yoshihara, S. (2024). Elliptical Pursuit and Evasion Extended Version. *Preprint Under Review for the CCP2023 Proceedings*.